Feuille 6, bis : matrices

Exercice 1. Calculer l'inverse des matrices suivantes

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Exercice 2. Donner deux matrices A et B appartenant à $M_{2,2}(\mathbb{R})$ telles que la matice AB soit différente de la matrice BA.

Exercice 3. On considère l'application linéaire

$$\begin{array}{cccc} f & : & \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^3 \\ & & \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} & \mapsto & \begin{pmatrix} x+y \\ -y \\ x+z \end{pmatrix} \end{array}$$

1. Montrer que f est isomorphisme de $\mathbb{R}^3$. Calculer son inverse.
2. Donner la matrice de f dans la base canonique. On la notera M.
3. Déduire de la première question que la matrice M est inversible et donner sans calcul son inverse. Justifier.
4. Montrer que les colonnes de la matrice M forment une base de $\mathbb{R}^3$.
5. En déduire que M est une matrice de passage. Préciser les bases.
6. Montrer qu'un isomorphisme de $\mathbb{R}^3$ envoie une base sur une base.